APLIKASI RANTAI MARKOV
DALAM MENGANALISIS PROBABILITAS PANGSA PASAR
Studi Kasus: Toko Profile, Toko M.M Busana dan Toko Annisa
di Kompleks *Giant Supermarket* Pekanbaru

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Jurusan Matematika

Oleh :

ADI SUCIPTO
10854004067

UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU

2012

APLIKASI RANTAI MARKOV
DALAM MENGANALISIS PROBABILITAS PANGSA PASAR
Studi Kasus: Toko Profile, Toko M.M Busana dan Toko Annisa di Kompleks *Giant Supermarket* Pekanbaru

ADI SUCIPTO
10854004067

Tanggal Sidang : 22 Juni 2012
Tanggal Wisuda : 05 Juli 2012

Jurusan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRAK

Analisis Rantai Markov merupakan sebuah teknik yang berhubungan dengan probabilita *state* di masa mendatang dengan menganalisis probabilitas saat ini. Berdasarkan ruang keadaan dan ruang parameternya Proses markov yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah proses markov dengan ruang sampel diskrit. Rantai Markov diskrit adalah sebuah proses markov yang ruang *state*nya adalah bilangan yang dapat dihitung, dan bilangan indeksnya adalah $T = 0, 1, 2, \ldots$. Sifat markov diskrit dinyatakan $P[X_{t+1} = j \| X_0 = i_0, \ldots, X_{t-1} = i_{t-1}, X_t = i] = P[X_{t+1} = j | X_t = i]$ (Howard. M, 1984). Dalam tugas akhir ini, aplikasi motode Analisis Rantai Markov dalam menganalisis probabilitas pangsa pasar studi kasus pada toko Profile, toko M.M Busana dan toko Annisa yang terdapat di *Giant Supermarket* Pekanbaru, menunjukan hasil bahwa nilai *steady state* probabilitas pangsa pasar yang dikuasai toko Profile sebesar 16.75%, toko M.M Busan sebesar 19.68% dan toko Annisa sebesar 63.57%.

Katakunci: pangsa pasar, probabilitas, rantai markov, *steady state*.

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum wr wb

Puji dan syukur kita ucapkan kehadirat Allah SWT, yang mana telah memberikan kasih dan sayang-Nya kepada kita semua sampai saat sekarang ini, sehingga tugas akhiryang berjudul "**APLIKASI RANTAI MARKOV DALAM MENGANALISIS PROBABILITAS PANGSA PASAR (Studi Kasus: Toko Profile, Toko M.M Busana dan Toko Annisa)**"dapat selesai tepat pada waktunya, sebagaisalahsatusyaratdalamrangkamenyelesaikanstudiStrata 1 (S1) Jurusan Matematika Fakultas Sain dan Teknologi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim (UIN SUSKA) Riau. Shalawatdansalamkitasampaikankepadajunjungankita ,penutupparaNabidantokohidolasetiapumatmuslim se-duniayaituNabi Muhammad SAW.

Selanjutnya, dalam penyusunandanpenyelesiantugas akhirini, penulisbanyaksekalimendapatbantuan, bimbingan, arahan, nasehat, petunjuk, perhatiansertasemangatdariberbagaipihak, terutama orang tuaku tercinta ayahanda Suwandi dan Ibunda tersayang Supiah (Almh), terimakasi atas segalanya untuk ibuku tersayang dan ayahku tercinta semoga Allah SWT selalumerahmati ayah danibu, memberikankebahagianduniadanakhirat, Amin ya Allah.Ucapanterimakasihberikutnyapenulis sampaikan kepada:

1. BapakProf. Dr. M. NazirselakuRektorUniversitas Islam Negeri Sultan SyarifKasim Riau.
2. Ibu Dra. Hj. Yenita Morena, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. IbuSri Basriati, M.ScselakuKetuaJurusanMatematika.
4. IbuAri Pani Desvina, M.Scyang telah bersedia sebagai Penguji.
5. BapakRado Yendra,M.ScselakudosenPembimbingI yang senantiasaadadanmemberibimbingansertaarahankepadapenulissehinggatugas akhirinidapatdiselesaikan.

6. Ibu Rahmadeni, M.Si selaku dosen Pembimbing IIyang senantiasamemberiarahankepadapenulissehinggatugas akhirinidapatdiselesaikan secara lebih baik.
7. Ibu Fitri Aryani, M.Sc, selakuPenguji II dan KoordinatorTugas Akhir, terimakasihatassemuabantuan dan kordinirnyadalam penyelesaian tugas akhir ini.
8. Semuadosen-dosenJurusanMatematika yang banyakmemberimasukandanmotivasi.
9. Bapak Ade Candra, ST, Bapak Shafarudin dan Bapak Ricky Syamda, yang telah memberikan kesempatan kepada saya untuk melakukan penelitian di toko Profile, M.M Busan dan Annisa.
10. Sahabat sayaNazarudin, Ali Anwar Harahap,Fitriani, Oki, Nursukaisih, Ratnawati, Sari, Agus Diantoro, teman-teman seluruh anak Mater 08 dan teman-teman Ayah House yang selalumemberi*support* danbantuankepadapenulissehingapenulisdapatmelaksanakanpenelitian dan menyelesaian tugas akhir ini.

Akhir kata, penulis harapkan kritikdan saran yang membangun untuk memaksimalkan hasil penulisan tugas akhir ini, terlepas dari segala kekurangannya,semogapenulisan karya ilmiah tugas akhirinidapatbermanfaatpihak-pihak yang memerlukan, Amin.

Pekanbaru, 22 Juni 2012

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 LatarBelakang

Seiring dengan perkembanganperekonomian di bidang *fashion* yang semakindinamis, yang ditandaidenganadanyaperubahan-perubahandalamduniabisnis*fashion*dantingkatpersaingan yang semakinmeningkat, menyebabkansemakinbanyakkonsumsiproduk*fashion*yang ditawarkan di pasargunamemenuhikebutuhankonsumen.

Persainganbisnis yang ketattersebut salahsatunyaditunjukkandengansemakinberanekaragamnyajenisproduk*fashion*yang ditawarkan dengan berbagai macam strategi, karenadengansemakinbanyaknyavariandesain *fashion* yang ditawarkan yang salingberadudengankelebihan-kelebihan yang memikatkonsumen, makaakansemakinbesarkemungkinandarikeinginankonsumenuntukberalihdalam memilihtempat belanja.

Persainganbisnis yang ketat menuntut pengusaha untuk membuat sebuah strategi pemasaran yang tepat agar mampu bersaing dengan pengusahaan *fashion* yang lainnya dalam menarik minat pelanggan. Besarnya ketertarikan pelanggan terhadap beraneka ragamnya jenis produk *fashion* yang di tawarkan pengusaha *fashion*,dapat dilihat dari probabilitas pangsa pasar yang dikuasai masing-masing penngusaha *fashion* tersebut. Untuk mengetahui berapa besarnya probabilitas pangsa pasar yang dikuasai masing-masing pengusaha *fashion* tersebut salah satu penerapan metode Matematika yang sedang populer digunakan saat ini adalah metode analisis Rantai Markov.

Analisis Rantai Markov ini dikembangkan oleh seorang ahli Matematika Rusia bernama Andrei A. Markov. Metode Rantai Markov merupakan sebuah teknik yang berhubungan dengan probabilitas akan *state* di masa mendatang dengan menganalisis probabilitas saat ini (Haryadi Sarjono, 2007).

Berdasarkanruangkeadaandanruangparameternya,proses Markov yang tepat untuk permasalahan ini adalah proses markovdenganruangsampeldiskrit.Rantai Markov diskritadalahsebuah proses markov yang ruangstatenyaadalahbilangan yang dapatdihitung, danbilanganindeksnyaadalah$T = 0, 1, 2, \ldots$ (Howard. M, 1984).

Berdasarkanlatarbelakangtersebut, makapenulistertarikuntukmelakukanpenelitiantentang penerapan metode Rantai Markov, dengan mengambil judul "**APLIKASI RANTAI MARKOV DALAM MENGANALISIS PROBABILITAS PANGSA PASAR (Studi Kasus: Toko Profile, Toko M.M Busana dan Toko Annisa di Kompleks *Giant Supermarket* Pekanbaru)".**

1.2 RumusanMasalah

Berdasarkanuraianlatarbelakangtersebut,makapermasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalahberapa besar probabilitas pangsa pasar padatoko Profile, toko M.M Busana dan toko Annisa yang terdapat di kompleks *Giant Supermarket*Pekanbaru.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitianiniadalahuntuk mendapatkan berapa besar probabilitas pangsa pasar yang dikuasai toko Profile, toko M.M Busana dan toko Annisa yang terdapat di kompleks *Giant Supermarket* Pekanbaru,dengan menggunakan metode Rantai Markov.

1.4 BatasanMasalah

Pembatasan masalah dalam penelitian diperlukan agar tidak menyimpang dari pokok permasalahan yang akan diteliti. Penelitian ini dibatasi dalam lingkup:

1. Objekdalampenelitianiniadalahtiga toko yang menjual pakaianyaitu toko Profile, toko M.M Busana dan toko Annisa yang terdapat di kompleks *Giant Supermarket* Pekanbaru.
2. Datayang diambil dalam penelitian ini adalah data konsumen yang membeli diantara tiga toko tersebut.

3. Meramalkanprobabilitas pangsapasar toko Profile, toko M.M Busana dan toko Annisa dimasadepandenganmetode Rantai Markov.

1.5 ManfaatPenelitian

Adapunmanfaatdaripenelitianiniadalahsebagaiberikut:

1. BagiPenulis

   Adapunmanfaat yang didapatkanmelaluipenelitianiniadalahdapatmemberikankesempatanbagimahasiswa untukmelihat, mengamati, danmenganalisasertamenerapkanpengetahuan yang diperolehselama di bangkuperkuliahandengankeadaan yang sebenarnya.

2. BagiLembagaPendidikan

   Sebagaibahanreferensidalammemecahkanmasalah yang berkaitandenganmasalah yang dikajidalampenelitianini, yaitupenelitianyangmenggunakanmetodeRantai Markov.

3. BagiToko

   Dapatmemberikangambarandaninformasi yang bergunabagi pedagang mengenai probabilitas pengsa pasar masing-masing toko *fashion* dimasa yang akan datang sehingga dapatmelakukankebijakandanstrategipenjualan yang tepat.

1.6 SistematikaPenulisan

SistematikadalampembuatanTugas Akhirinimencakuplimababyaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Bab iniberisilatarbelakang, rumusanmasalah, tujuanpenelitian, batasanmasalah, manfaatpenelitiandansistematikapenulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab iniberisitentangpenguraikankonsepdanprinsipdasar yang diperlukanuntukmemecahkanpermasalahdalampenelitian yang dilakukan.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisi tentang penguraikanurutanlangkahpenelitian yang akandilakukan, mulaidariobyekpenelitian, pengumpulandanmetodepengambilan data yang digunakandalampenelitian, sertalangkah-langkahpenelitiansecarasistematis.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini membahastentangpengolahan data, analisisdarihasilpengolahan data danpembahasanpadakasus yang terjadi.

BAB V PENUTUP

Berisikanbeberapakesimpulandarihasilpenelitianserta saran sebagaimasukanuntukpengembanganpenelitianselanjutnyadanmerupakanjawabandari perumusanmasalah.

BAB II
LANDASAN TEORI

2.1 AnalisisRantai Markov

Analisis Rantai Markov ini dikembangkan oleh seorang ahli Matematika Ruasia bernama Andrei A. Markov. Analisis Rantai Markov merupakan sebuah teknik yang berhubungan dengan probabilitas akan *state* di masa mendatang dengan menganalisis probabilitas saat ini (Haryadi Sarjono, 2007).

Analisis Markov merupakan suatu bentuk khusus dari model probabilistik yang lebih umum yang dinamakan *stochastic process,* dimanaanalisis Rantai Markov yang dihasilkan adalah suatu informasi probabilistik yang dapat digunakan untuk membantu pembuatan keputusan.

Berdasarkan ruang keadaan dan ruang parameternya Proses Markov dapat dikelompokkan menjadi proses markov dengan ruang sampel diskritdan proses Markov dengan ruang sampel kontinu. Sebagai contoh, salah satu proses stokastik dengan ruang sampel diskrit adalah banyaknya pengunjung yang datang kesuatu pertokoan pada hari ke-*t.* Dan contoh proses stokastik dengan ruang sampel kontinu adalah selang waktu antar kedatangan pengunjung kesuatu pertokoan pada waktu *t* sembarang.

2.2 PangsaPasar

Pangsa pasar (*market share*) adalah jumlah penjualan produk atau komuditas suatu penjualan dibandingkan dengan penjualan produk tersebut dalam suatu industri atau penghasilan secara keseluruhan (Haryadi Sarjono, 2007).

Menurut UU nomer 05 tahun 1999, pangsa pasar adalah persentase nilai jual atau beli barang atau jasa tertentu yang dikuasai oleh pelaku usaha pada pasar bersangkutan dalam kelender tahun tertentu. Menurut Mukh Irkhamnillah(2010), pangsa pasar adalah besarnya bagian atau luasnya total pasar yang dapat dikuasai oleh suatu perusahaan yang biasanya dinyatakan dengan persentase.

Berdasarkan definisi-definisi di atas, maka dapat disimpulkan pangsa pasar adalah besarnya bagian pasar yang dikuasai oleh suatu perusahaan. Dengan kata lain penguasaan suatu produk terhadap pasar atau besarnya jumlah produk yang diminta yang dihasilkan oleh suatu perusahaan dibandingkan dengan jumlah permintaan di pasar.

2.3 *State*

Suatu keadaan, akibat, atau kejadian (alamiah) pada suatu waktu yang digunakan untuk mengidentifikasi dari seluruh kondisi yang mungkin dari suatu proses atau sistem (Haryadi Sarjono, 2010). *State* ditandai dengan $i = 0,1,2 \ldots, n$ dan lokasi peralihan *state* $j = 0,1,2,\ldots,n$.

2.4 Matriks

Matriks adalah suatu kumpulan angka-angka atau elemen-elemen yang disusun berdasarkan baris dan kolom sehingga berbentuk empat persegi panjang dimana panjang dan lebarnya ditentukan oleh banyaknya kolom dan baris yang dibatasi dengan tanda kurung.

$$P_{m\times n} = (p_{ij}) = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1j} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2j} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{i1} & p_{i2} & \cdots & p_{ij} & \cdots & p_{in} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mj} & \cdots & p_{mn} \end{bmatrix}$$

dengan $a_{ij} \in \mathbb{R}$, dimana $i = 1,2,\ldots,m$ dan $j = 1,2,\ldots,n$ dan a_{ij} merupakan elemen matriks A dari baris i dan kolom j, i dan j dinamakan indeks (subscript), yaitu petunjuk letak (posisi) bagi setiap elemen. Indeks i dan j menunjukkan bahwa elemen p berasal dari baris i dan kolom j.

2.4.1 OperasipadaMatriks

Matriks memiliki operasi aritmatika untuk menyelesaikan persoalan pada matriks tersebut. Operasi aritmatika pada matriks dapat berupa penjumlahan, pengurangan, perkalian dan lain sebagainya. Pada bagian ini akan dijelaskan tentang operasi aritmatika tersebut.

2.4.1.1 PenjumlahandanPenguranganMatriks

Penjumlahan dan pengurangan dalam matriks, Jika A dan B adalah sebarang dua matriks yang ukurannya sama, maka jumlah $A \pm B$ adalah matriks yang diperoleh dengan menambahkan bersama-sama entri yang bersesuaian dalam kedua matriks tersebut (Howard Anton, 1998).

Aturan yang pasti dari operasi penjumlahan dan pengurangan matriks adalah ukuran dari kedua atau lebih matriks yang akan di jumlah atau dikurangkan harus sama, berikut diberikan contoh penjumlahan dan pengurangan matriks.

2.4.1.2 PerkalianMatriks

Perkalianmatriksdenganskalar, Jika diketahui$A$ suatu matriks dan α suatu skalar, maka hasil kali αA adalah matriks yang yang diperoleh dengan mengalikan masing-masing entri dari A oleh α dan perkalianmatriksdenganmatriks, Jikadiketahui$A$ adalah sebuah matriks $m \times r$ dan B adalah sebuah matriks $r \times n$, maka hasil kali AB adalah matriks $m \times n$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut. Untuk mencari emtri dalam baris i dan kolom j dari AB, pilih baris i dari matriks A dan kolom j dari matriks B. Kalikan entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom secara bersama-sama dan kemudian jumlahkan hasil kali yang dihasilkan (Howard Anton, 1998) .

2.5 Operasi Baris Elementer (OBE)

Operasi Baris Elementer (OBE)adalah suatu operasi yang hanya melibatkan unsur (bilangan) dalamsuatu matriks.OBE dilakukan dengan cara membuat semua unsur dibawah atau di atas elemen diagonal menjadi nol, caranya dengan menambahkan kelipatan suatu barisan terhadap baris lain yang membuat unsur yang akan dibuat menjadi nol, kemuadian membuat semua unsur diagonal menjadi satu seperti cara diatas atau dengan cara membagi baris yang bersangkutan dengan nilai dari elemen diagonalnya. Sedangkan apabila elemen diagonalnya sama dengan nol maka kita lihat elemen pada kolom selanjutnya pada baris yang sama, misal nilai elemen tersebut tidak nol, maka elemen ini yang kita tukar dan dibuat menjadi satu, demikian seterusnya sehingga elemen paling kiri pada setiap baris menjadi satu. Langkah-langkah tersebut dapat disimpulkan seperti berikut:

1. Menukarduapersamaan.
2. Kalikansuatubarisdengansebuahkonstanta yang bukannol ($k \neq 0$).
3. Menjumlahkansuatupersamaan yang telahdikalikandengansuatukonstantakepersamaan yang lain.

2.6 Probabilitas

Probabilitas adalah sebuah bilangan yang terletak di antara nol dan satu yang berkaitan dengan suatu peristiwa (*event*) tertentu. Jika peristiwa itu pasti terjadi, maka probabilitas kejadian itu adalah satu dan jika peristiwa itu mustahil terjadi maka probabilitasnya adalah nol (Harinaldi, 2005).

Berdasarkan definisi di atas untuk memperjelas penerapannya secara matematis dimisalkan S adalah suatu ruang sampel dari suatu eksperimen acak dan A adalah ruang kejadiannya. Probabilitas suatu kejadian A ditulis $P(A)$yang didefenisikan secara matematis sebagai berikut:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \tag{2.1}$$

dengan:

$n(A)$ =menyatakan banyaknya anggota dari himpunan A.

$n(S)$ =menyatakanbanyaknya anggota ruang sampel.

$P(A)$ = kejadian(*event*).

Sifat penting dari suatu kejadian atau $P(A)$ yaitu:

1. Nilai peluang kejadian$A$ selalu berada pada selang [0,1] atau $0 < P(A) < 1$.
2. Nilai peluang dari peristiwa yang tidak mungkin terjadi adalah nol atau $P(\emptyset) = 0$.
3. Nilai probabilitas suatu peristiwa yang pasti terjadi adalah satu atau $P(S) = 1$.

2.7 *Irreducible Chain*

Teknik*Irreducible Chain* digunakan dalam proses analisis Rantai Markov untuk memenuhi syarat suatu data yang bisa digunakan dalam peroses pembentukan matriks probabilitas transisi yang memenuhi syarat penyelesaian *steady state*. Dalam proses menentukan *Irreducible Chain*harus memenuhi syarat-syarat sebagai berikut:

1. *Assesible,state* j dikatakan *assesible* dari *state* i jika $P_{ij} > 0$.
2. *Communicate*, yaitu dua *state* i dan j *assesible* satu sama lain, dengan kata lain dua *state* i dan j tidak *communicate* apabila $P_{ij} = 0$ atau $P_{ji} = 0$.
3. *Class*, adalah banyaknya anggota P_{ij} yang ber*communicate*. *Class*dalam proses markov memiliki beberapa istilah untuk tiap jenis matriks:

a. Matriks satu *class*

Matriks satu c*lass* adalah matrik yang angka-angkaatauelemen-elemenP_{ij} mempunyai hubungan c*ommunicate*secara keseluruhan. Berikut diberikan contohmatriks yang mempunyai satu *class*.

Contoh 2.5:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Anggotaatau elemen-elemenP_{ij} di atas mempunyai hubungan c*ommunicate*secara keseluruhan, sehingga matriks tersebut mempunyai himpunan yang satu *class*, yaitu: $\{\pi_1, \pi_2, \pi_3\}$.

b. Matriks dua *class*

Matriks yang mempunyai dua c*lass* adalah matriks yang angka-angkaatauelemen-elemenP_{ij} ada yang tidak *assesible*.Berikut diberikan contohmatriks yang memepunyai dua*class*.

Contoh 2.6:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Anggota atauelemen-elemenP_{ij} yang mempunyai hubungan c*ommunicate*adalah himpunan $\{\pi_1, \pi_2\}$, sedangkan elemen-elemenP_{ij} yang tidak mempunyai hubungan c*ommunicate*selain dengan dirinya sendiri adalah $\{\pi_3\}$.

c. Matriks tiga *class*

Matriks yang mempunyai tiga *class*adalah matrik yang angka-angkaatauelemen-elemenP_{ij} hanyamempunyai hubungan c*ommunicate*dengan dirinya sendiri, sehingga matriks tesebut membentuk suatu matriks identitas, karena jumlah P_{ij} matrik transisi rantai markov sama dengan satu. Berikut diberikan contoh matriks yang mempunyai tiga *class*.

Contoh 2.7:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{array}$$

Matriks Probabilitas Transisi dikatakan *Irreducible Chain* apabila memenuhi syarat*Assesible,Communicate*dan hanya terdapat satu *Class* dalam matriks probabilitas transisi tersebut.

2.8 Matriks Probabilitas Transisi Rantai Markov Diskrit

Rantai Markov diskrit adalah sebuah proses Markov yang ruang statenya adalah bilangan yang dapat dihitung, bilangan indeksnya $T = 0, 1, 2, \ldots$danruang *state* dari rantai Markov dinyatakan dengan bilangan bulat tak negatif {0,1, 2,3,4,5 ...}, dan $X_n = i$ menyatakan $X_n$berada pada *state i*. (Howard. M, 1984). Dalam bentuk formal,sifat Markov dinyatakan sebagai berikut:

$$P[X_{t+1} = j | X_0 = i_0, \ldots, X_{t-1} = i_{t-1}, X_t = i] = P[X_{t+1} = j | X_t = i].$$

Berdasarkan sifat markov tersebut dapat diartikan serupa dengan keadaan probabilitas bersyarat dari kejadian yang akan datang bila diketahui kejadian yang sebelumnya. Probabilitas bersyarat $P[X_{t+1} = j | X_t = i]$ disebut probabilitas transisi apabila untuk setiap i dan j, dengan:

$$P[X_{t+1} = j | X_t = i] = P[X_t = j | X_o = i].$$

Untuk semua $t = 0,1,2,3,\ldots,n$ maka probabilitas transisi satu langkah disebut stasioner dan diberi tanda dengan $P_{i.j}$.

Probabilitas bersyarat diberi notasi $P_{ij}^{(n)}$ disebut probabilitas transisi$n$ langkah, yang disebutjuga dengan probabilitas bersyarat, yang dimulai pada tingkatkeadaan$i$ dan menjadi tingkat keadaan j setelah n langkah. Karena $P_{ij}^{(n)}$ adalahpeluang bersyarat maka harus memenuhi kondisi:

1. $0 \leq P_{ij} \leq 1$ untuk semua i dan j.
2. $\sum_{j=1}^{n} P_{ij} = 1$.

Jika sebuah rantai markov memiliki n keadaan yang mungkin, yang kita sebut $1,2,3,\ldots,n$, maka probabilitas bahwa sistem itu adalah dalam keadaan $i$yang kemudian sistem bergerak pada keadaan j pada pengamatan berikutnya, yang ditandai dengan P_{ij} dan sistem disebut dengan kemungkinan peralihan (*transition probability*) dari keadaan i ke keadaan j. Matriks$P = [P_{ij}]$ disebut matriks transisi dari Rantai Markov (Howard Anton, 1988).

$$P^n = [P_{ij}]^{\boldsymbol{n}} = \begin{bmatrix} P_{11}^n & P_{12}^n & P_{13}^n & \cdots & P_{1j}^n \\ P_{21}^n & P_{22}^n & P_{23}^n & \ldots & P_{2j}^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{i1}^n & P_{i2}^n & P_{i3}^n & \cdots & P_{ij}^n \end{bmatrix}$$

n adalah jumlah keadaan dalam proses dan P_{ij}adalah kemungkinan transisi dari keadaan saat i ke keadaan j. Jika saat ini berada pada keadaan $i$maka baris i dari matriks di atas berisi angka-angka P_{i1}, P_{i2},..., P_{in}merupakan kemungkinan berubah ke keadaan berikutnya. Oleh karena angka tersebut melambangkan kemungkinan, maka semuanya merupakan bilangan non negatif dan tidak lebih dari satu dan jumlah dari $P_{ij} = 1$, secara matematis adalah:

$$\sum_{j=1}^{n} P_{ij} = 1$$

pada setiap langkah sistem bergerak dari keadaannya (*state*) dindalam keadaannya yang sama atau keadaan yang lain. $P(X_j|X_i)$ adalah besarnya probabilitas pada keadaan X_j dengan syarat keadaan sebelumnya adalah X_i.

$$\sum_{j=1}^{n} P_{ij} = P_{i1} + P_{i2} + \cdots + P_{in}$$

$$= P[X_k = 1|X_{k-1} = i] + P[X_k = 2|X_{k-1} = i] + \cdots$$
$$+ P[X_k = n|X_{k-1} = i]$$
$$= P[P(X_k = 1) \cup (X_k = 2) \cup \ldots \cup (X_k = n)|X_{k-1} = i]$$
$$= P[X_k \epsilon S|X_{k-1} = i]$$
$$= 1.$$

2.9 Matrik Probabilitas Transisi Reguler Redunden

Sebuah matriks transisi adalah reguler jika suatu pangkat bulat dari matriks itu mempunyai entri yang senuanya positif (Howard Anton, 1988).Setiap rantai markov yang reguler mempunyai sebuah vektor keadaan *steady state*(ekuilibrium).Rantai markov reguler yangmenghasilkanmatriks probabilitas transisi banyaksolusisetelah dilakukan Oprasi Baris Elementer (OBE) disebut MatriksProbabilitas Transisi RegulerRedunden.

2.10 ProbabilitasTransisis n-Langkah

Probabilitas transisis n-langkah dihitung berdasarkan persamaan Chapman Kolmogorof, yaitu:

$$P_{ij}^{(m+n)} = \sum_{v=1}^{n} P_{iv}^{(m)} P_{vj}^{(n)}.$$

Bukti:

$$P_{i.j}^{(m+n)} = P(X_{m+n} = j|X_0 = i)$$
$$= P(X_{m+n}, X_m = j|X_0)$$
$$= P(X_{m+n} = j|X_m = v|)P(X_m = v|X_0 = i)$$
$$= \sum_{v=1}^{n} P_{vj}^{(m+n-m)} P_{iv}^{(m)}$$
$$= \sum_{v=1}^{n} P_{vj}^{(n)} P_{iv}^{(m)}$$

$$= \sum_{v=1}^{n} P_{iv}^{(m)} P_{vj}^{(n)} \tag{2.2}$$

dengan :

$P_{iv}^{(m)}$: besarnya peluang bahwa rantai markov bergerak dari keadaan i ke keadaan v dalam m-langkah dengan keadaan sebelumnya pada keadaan ke i.

$P_{vj}^{(n)}$: besarnya peluang bahwa rantai markov bergerak dari keadaan v ke keadaan j dalam n-langkah dengan keadaan sebelumnya pada keadaan ke v.

$P_{ij}^{(m+n)}$: besarnya peluang bahwa rantai markov bergerak dari keadaan i ke keadaan j dalam $m+n$-langkah dengan keadaan sebelumnya pada keadaan ke i.

Berdasarkan hubungan Chapman Kolmogorof dapat dibuktikan bahwa $P^n = P^n$ matriks probabilitas transisi n-langkah . buktinya dilakukan dengan induksi $n = 1$ dan $m = n - 1$, maka Persamaan(2.2) menjadi:

$$P_{ij}^{(m+n)} = \sum_{v=1}^{n} P_{iv}^{(m)} P_{vj}^{(n)}$$

$$P_{ij}^{(n-1+1)} = \sum_{v=1}^{n} P_{iv}^{(n-1)} P_{vj}^{(1)}$$

$$P_{ij}^{(n)} = \sum_{v=1}^{n} P_{iv}^{(n-1)} P_{vj}. \tag{2.3}$$

Dengan$P_{ij}^{(n)}$adalah anggota atau elemen dari matriks P^n dan P_{vj} dan $P_{iv}^{(n-1)}$ anggota dari matriks P. Persamaan di atas memperlihatkan probabilitas transisi n-langkah dapat diperoleh dari peluang transisi satu langkah. Probabilitas transisi untuk $n = 1$, dinyatakan dengan:

$$P_{ij}^{(1)} = P_{ij}$$

untuk probabilitas transisi $n = 2$dinyatakan dengan:

$$P_{ij}^{(2)} = \sum_{v=1}^{n} P_{iv} P_{vj}$$

dan untuk probabilitas transisi $n = 3$dapat dinyatakan dengan:

$$P_{ij}^{(3)} = \sum_{v=1}^{n} P_{iv}^{(2)} P_{vj}$$

untuk probabilitas transisi $n = n$dapat dinyatakan dengan:

$$P_{ij}^{(n)} = \sum_{v=1}^{n} P_{iv}^{(n-1)} P_{vj}$$

Sehingga untuk probabilitas transisi $n = (n + 1)$dapat dinyatakan dengan:

$$P_{ij}^{(n+1)} = \sum_{v=1}^{n} P_{iv}^{(n)} P_{vj}.$$

Berdasarkan persamaan (2.3) yang menyatakan bahwa probabilitas proses berada pada *state* j setelah $n$langkah dapat ditulis dalam bentuk perkalian matriks sebagai berikut:

untuk probabilitas transisi $n = 1$ dapat dinyatakan dengan:

$$P^1 = P^0.P$$

probabilitas transisi $n = 2$ dapat dinyatakan dengan:

$$P^2 = P^1.P$$

probabilitas transisi $n = 3$ dapat dinyatakan dengan:

$$P^3 = P^2.P$$

secara umum diperoleh persamaan, bahwa:

$$P^n = P^{n-1}.P \text{ , dengan } n \geq 1. \qquad (2.4)$$

Dengan:

P^n: Probabilitas transisi n-langkah.

P^{n-1} : Probabilitas transisi sebelum n-langkah.

P : Matriks probabilitas transisi.

2.11 Probabilitas *Steady State*(Ekuilibrium)

Sebuah matriks peralihan adalah bujur sangkar (reguler) jika suatu pangkat bilangan bulat dari matriksitu mempunyai entri yang semuanya positif (Howard Anton, 1988).

$$P^n = \{P_{ij}\}^n = \begin{bmatrix} P_{11}^n & P_{12}^n & P_{13}^n & \cdots & P_{1r}^n \\ P_{21}^n & P_{22}^n & P_{23}^n & \ldots & P_{2r}^n \\ P_{31}^n & P_{32}^n & P_{33}^n & \ddots & P_{3r}^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ P_{i1}^n & P_{i2}^n & P_{i3}^n & \cdots & P_{ir}^n \end{bmatrix}.$$

Jika P adalah matriks bujur sangkar maka:

1. Untuk $n \to \infty$. P^n akanmembentuk suatu matriks

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_1 & \pi_1 & \pi_1 & \cdots & \pi_1 \\ \pi_2 & \pi_2 & \pi_2 & \ldots & \pi_2 \\ \pi_3 & \pi_3 & \pi_3 & \ddots & \pi_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \pi_n & \pi_n & \pi_n & \cdots & \pi_n \end{bmatrix}.$$

2. Setiap kolom merupakan bilangan-bilangan positif.

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \vdots \\ \pi_n \end{bmatrix}$$

dan $\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \cdots + \pi_n = 1.$

3. Jika

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

adalah sebarang vektor peluang dan karena $P^n \to \pi$ untuk $n \to \infty$, maka $(P)^n x \to \pi$, sehingga:

$$\pi x = \begin{bmatrix} \pi_1 & \pi_1 & \pi_1 & \cdots & \pi_1 \\ \pi_2 & \pi_2 & \pi_2 & \dots & \pi_2 \\ \pi_3 & \pi_3 & \pi_3 & \ddots & \pi_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \pi_n & \pi_n & \pi_n & \cdots & \pi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \pi_1 x_1 + \pi_1 x_2 + \pi_1 x_3 + \cdots + \pi_1 x_n \\ \pi_2 x_1 + \pi_2 x_2 + \pi_2 x_3 + \cdots + \pi_2 x_n \\ \pi_3 x_1 + \pi_3 x_2 + \pi_3 x_3 + \cdots + \pi_3 x_n \\ \vdots \\ \pi_n x_1 + \pi_n x_2 + \pi_n x_3 + \cdots + \pi_n x_n \end{bmatrix}$$

$$Px = [x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n] \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \vdots \\ \pi_n \end{bmatrix} = 1\pi = \pi.$$

4. Jika $P^n \to \pi$, maka $P^{n+1} \to \pi P^{n+1} = PP^n$ jadi $P^{n+1} \to P\pi$ karena $P\pi = \pi$.

Probabilitas transisi pada keadaan *steady state*(ekuilibrium) adalah probabilitas transisi yang sudah mencapai titik keseimbangan, sehingga tidak akan berubah terhadap keadaan waktu yang terjadi atau tahap yang terjadi. Secara matematis probabilitas transisi tingkat keadaan ekuilibrium didefinisikan sebagai berikut:

$$\pi_j = \lim_{n \to \infty} P_{ij.}^n$$

dengan :

$\pi_j =$ batas distribusi probabilitas transisi keadaan *steady state* dalam keadaan j.

dengan semakin besar nilai n, maka probabilitas transisi akan mendekati suatu nilaitertentu, dengan hubungan atau relevansi antara keadaan awal dengan peluang peralihan tahap ke n akan mengecil dengan bertambahnya n.

$$\lim_{n \to \infty} P[x_n = j | x_0 = i] = \lim_{n \to \infty} P[x_n = j]$$

sehingga:

$$\pi_j = \lim_{n\to\infty} P_j^n$$

dengan demikian akan diperoleh suatu distribusi untuk n menuju tak hingga berada dalam keadaan *steady state*, karenanya informasi mengenai kedudukan awal dari proses tidak diperlukan lagi, atau dengan kata lain nilai dari probabilitas transisi keadaan *steady state*independen terhadap kondisi awal proses, dan konvergen ke sebuah matriks π untuk n menuju tak berhingga. Untuk setiap baris vektor distribusi *steady state* sebagai berikut:

Karena $P^n \to \pi$, maka $P^{n+1} \to \pi$ sehingga:

$$P^{n+1} = P.P^n$$

$$\lim_{n\to\infty} P^{n+1} = P.\lim_{n\to\infty} P^n$$

$$\begin{bmatrix} \pi_1 & \pi_1 & \pi_1 & \cdots & \pi_1 \\ \pi_2 & \pi_2 & \pi_2 & \ldots & \pi_2 \\ \pi_3 & \pi_3 & \pi_3 & \ddots & \pi_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \pi_n & \pi_n & \pi_n & \cdots & \pi_n \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \pi_1 & \pi_1 & \pi_1 & \cdots & \pi_1 \\ \pi_2 & \pi_2 & \pi_2 & \ldots & \pi_2 \\ \pi_3 & \pi_3 & \pi_3 & \ddots & \pi_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \pi_n & \pi_n & \pi_n & \cdots & \pi_n \end{bmatrix}$$

$$\pi = P\pi. \qquad (2.5)$$

Persamaan tersebut merupakan persamaan-persamaan linier dengan beberapa hargayang tidak diketahui dan merupakan kumpulan dependen, sehingga menghasilkanbanyak solusi (reguler redunden) dan hanya ada sebuah persamaan diantara persamaan tersebut yangpantas sebagai suatu distribusi probabilitas supaya diperoleh suatu solusi tunggal dan nilaitotal seluruh $\pi_j$sama dengan satu, secara matematika dituliskan sebagai berikut:

$$\pi_j = 1. \qquad (2.6)$$

Persamaan tersebut, disebut persamaan*normalizing*. Dengan memasukan persamaan tersebut dalam kumpulan persamaan-persamaan linier yang ada akan diperoleh suatu solusi tunggal, yang memenuhi suatu distribusi probabilitas.

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Lokasi danObjek Penelitian

Berdasarkan judul dari penelitian tugas akhir ini, yaitu tentang “Aplikasi Rantai Markov dalam Menganalisis Probabilitas Pangsa Pasar”, makalokasi dan objek penelitiannya adalah:

1. Lokasipenelitiantugas akhir ini di kompleks *Giant Supermarket* Pekanbaru.
2. Objek penelitiannyaadalah tiga toko yang menjual pakaian yang terdapat di kompleks *Giant Supermarket* Pekanbaru, yaitu toko Profile, toko M.M Busana dan toko Annisa.

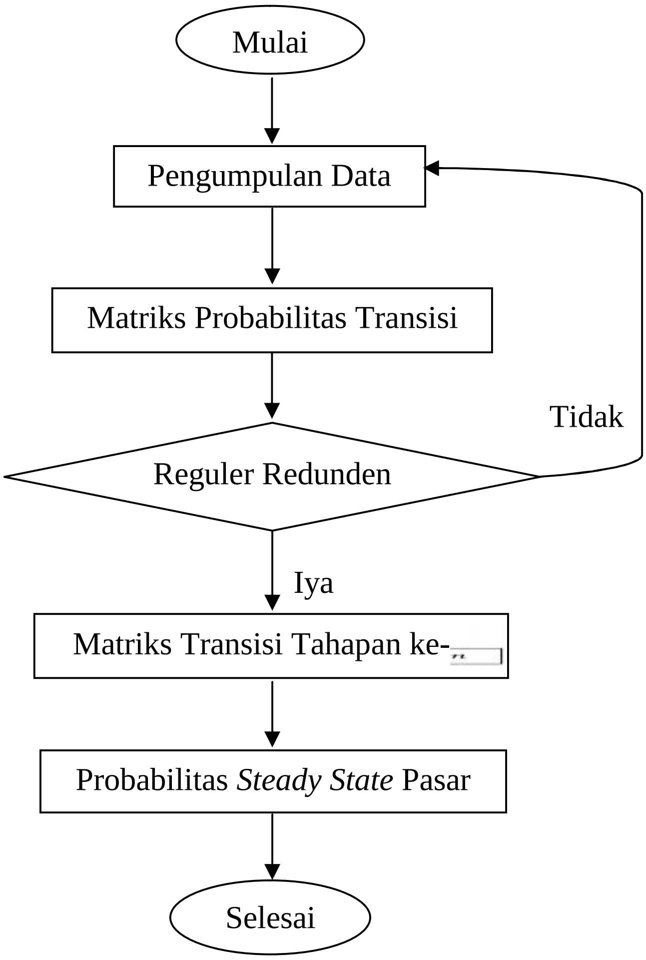
3.2. Pengumpulan dan Pengambilan Data

Data yang diperlukan dalam penelitian tugas akhir ini adalah jenis data Primer yang bersifat Kuantitatif, yang diambil dengan melakukan penelitian pada toko Profile, toko M.M Busana dan toko Annisa,selama satu bulan dengan mengambil data perharinya selama lima jam dengan mengamati pengunjung yang membeli diantara tiga toko tersebut per lima menit. Data penelitian yang diambil harus memenuhi syarat sebagai berikut:

1. Toko yang diteliti adalah toko yang sama-sama menjual pakaian.
2. Ketiga toko intervalnya berdekatan agar keinginan konsumen membeli pakaian tidak berpindah pada keinginan yang lainnya.
3. Data yang diambil dalam penelitian ini hanya data konsumen yang membeli diantara tiga toko tersebut.

3.3. Sistematika Penelitian

Adapunsistematikpenelitian yang dilakukan dalam penelitian ini, digambarkan dalam *flowchart* sebagai berikut:



Gambar 3.1*Flowchart*Langkah-LangkahPenelitian.

BAB IV
PEMBAHASAN

4.1 DeskriptifStatistik

Berdasarkan hasil pengumpulan data yang diperoleh (terlampir), dengan melakukan penelitian pada toko Profile, toko M.M Busana dan toko Annisa, yang terdapat di *Giant Supermarket* Pekanbaruselama 30 harididapat data konsumen yang melakukan pembeilan sebagai berikut:

Tabel 4.1Data Pembeli pada Toko Profile, M.M Busana dan Annisa

No	Toko	Transisi Konsumen (Orang)			Jumlah Pelanggan (Orang)
		Profile	M.M Busana	Annisa	
1	Profile	81	18	18	117
2	M.M Busana	49	176	10	235
3	Annisa	4	9	229	242
	Jumlah	134	203	257	594

Berdasarkan Tabel 4.1tersebut, dianalisis berapa besarprobabilitastransisi pangsa pasar yang masing-masing dikuasai olehtoko Profile, toko M.M Busana dan toko Annisa. Probabilitas transisi tersebut dijabarkan dalam tabel berikut:

Tabel 4.2 Probabilitas Transisi PembeliToko Profile, M.M Busana dan Annisa

No	Toko	Transisi Konsumen (Orang)		
		Profile	M.M Busana	Annisa
1	Profile	0.692307692	0.153848154	0.153848154
2	M.M Busana	0.208510638	0.748936170	0.042553191
3	Annisa	0.016528926	0.037190083	0.946280992

Berdasarkan data tabel 4.2, juga didapatkan informasi bahwa toko Profile mempunyai probabilitas pangsa pasar sebesar 70%, mendapatkan pembeli dari toko M.M Busana dengan probabilitas sebesar 21% dan mendapatkan pembeli dari toko

Annisa dengan probabilitas sebesar 1.7%. Toko M.M Busanamempunyai probabilitas pangsa pasar sebesar 75%,mendapatkan pembeli dari toko Profile dengan probabilitas sebesar 15%dan mendapatkan pembeli dari toko Annisa dengan probabilitas sebesar 3.7%. Sedangkan toko Annisa mempunyai probabilitas pangsa pasar sebesar 94.6%,mendapatkan pembeli dari toko Profile dengan probabilitas sebesar 15% dan mendapatkan pembeli dari toko M.M Busana dengan probabilitas sebesar 4%. Informasi tersebut di representasikan dalam tabel beriku:

Tabel 4.3 Informasi Tentang Penambahan Probabilitas Pembeli

No	Toko	PenambahanProbabilitasPembeli(Orang)		
		Profile	M.M Busana	Annisa
1	Profile	0.692307692	0.208510638	0.016528926
2	M.M Busana	0.153848154	0.748936170	0.037190083
3	Annisa	0.153848154	0.042553191	0.946280992

4.2 MatriksProbabilitasTransisiRantai Markov Diskrit

Berdasarkan data yang diperoleh dari hasil penelitian probabilitas pangsa pasar pada toko Profile, toko M.M Busana dan toko Annisa yang terdapat di *Giant Supermarket* Pekanbaru pada Tabel 4.2, diperolehmatriks probabilitas transisi rantai markov diskritsebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.153848154 & 0.153848154 \\ 0.208510638 & 0.748936170 & 0.042553191 \\ 0.016528926 & 0.037190083 & 0.946280992 \end{bmatrix}.$$

Matriks probabilitas transisi tersebut memberikan informasi, bahwa besarnya transisi yang awalnya pelanggan masuk pada toko Profile dan melakukan pembelian ditoko Profile sekitar69.2%,toko Profile kehilanganpelanggan yang berpindahke toko M.M Busana sebesar 15.4% dan kehilangan pelanggan yang berpindah ke toko Annisa sebesar 15.4%. Pembeli yang masuk pada toko M.M Busan dan melakukan pembelian ditoko M.M Busan sebesar 75%, toko M.M kehilangan pelanggan yang berpindah ke toko Profile sebesar 21%, dan kehilangan pelanggan yang berpindah ke toko Annisa 4%. Sedangkan konsumen yang awalnya masuk pada toko Annisa dan melakukan pembelian, sebesar 94.6%,kehilangan pelanggan yang berpindah ke toko Profile sebesar 1.7% dan kehilangan pelanggan yang berpindah ke toko M.M Busana sebesar 3.7%. Sedangkan matriks probabilitas transisi yang menggambarkan tentang informasi penambahan probabilitas pembeli adalah:

$$P = \begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.208510638 & 0.016528926 \\ 0.153848154 & 0.748936170 & 0.037190083 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & 0.946280992 \end{bmatrix}.$$

Berdasarkan analisis tersebut,matriks probabilitas transisi pangsa pasar di atas merupakan sebuah matriks probabilitas transisi yang *Irreducible Chain*, karenamatriks tersebut*Assesible*,*Communicate*dan hanya mempunyai satu *Class*.

4.3 MatriksProbabilitasTransisiRegulerRedunden

Rantai markov yang reguler mempunyai sebuah vektor keadaan *steady state*(ekuilibrium).Rantai markov reguler yang menghasilkan matriks probabilitas transisi banyak solusi disebut sebagai matriks probabilitas transisi reguler redunden.

Matriks probabilitas transisiyang menggambarkan tentang informasi penambahan probabilitas pembeliberikut diformulasikan kedalam sistem persamaan linier,untuk membuktikan matriks probabilitas transisi reguler redunden, sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.208510638 & 0.016528926 \\ 0.153848154 & 0.748936170 & 0.037190083 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & 0.946280992 \end{bmatrix}.$$

Berdasarkan Persamaan(2.5) maka:

$$P\pi = \pi$$

$$\begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.208510638 & 0.016528926 \\ 0.153848154 & 0.748936170 & 0.037190083 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & 0.946280992 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{bmatrix}$$

$$0.692307692\pi_1 + 0.208510638\pi_2 + 0.016528926\pi_3 = \pi_1$$

$$0.153848154\pi_1 + 0.748936170\pi_2 + 0.037190083\pi_3 = \pi_2$$

$$0.153848154\pi_1 + 0.042553191\pi_2 + 0.946280992\pi_3 = \pi_3$$

jumlah probabilitas pangsa pasar ketiga toko tersebut sama dengan satu, maka dapat ditambahkan persamaan bahwa:

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$$

maka persamaan linier tersebut menjadi:

$$\begin{aligned} -0.307692308\pi_1 + 0.208510638\pi_2 + 0.016528926\pi_3 &= 0 \\ 0.153848154\pi_1 - 0.251063830\pi_2 + 0.037190083\pi_3 &= 0 \\ 0.153848154\pi_1 + 0.042553191\pi_2 - 0.053719008\pi_3 &= 0 \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 &= 1 \end{aligned}$$

berdasarkan sistem persamaan linier tersebut, kemudian diformulasikan kedalam matriks probabilitas transisi yang diperbesar, sehingga menjadi:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -0.307692308 & 0.208510638 & 0.016528926 & 0 \\ 0.153848154 & -0.251063830 & 0.037190083 & 0 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & -0.053719008 & 0 \end{array}\right].$$

Untuk membuktikan matriks tersebut, merupakan matriks probabilitas transisi yang redunden, maka dilakukan OBE seperti berikut:

Baris kedua ditambah 0.307692308dikali baris pertama

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0.516202946 & 0.324221234 & 0.307692308 \\ 0.153848154 & -0.251063830 & 0.037190083 & 0 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & -0.053719008 & 0 \end{array}\right] b_2 + [0.307692308 b_1]$$

Baris ketiga dikurang 0.153848154dikali baris pertama

$$\left[\begin{array}{cc|c|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0.516202946 & 0.3242212346 & 0.307692308 \\ 0.153848154 & -0.251063830 & 0.037190083 & 0 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & -0.053719008 & 0 \end{array}\right] b_3 - [0.153848154 b_1]$$

Baris keempat dikurang0.153848154dikali baris pertama

$$\left[\begin{array}{cc|c|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0.516202946 & 0.3242212346 & 0.307692308 \\ 0 & -0.404909984 & -0.116656071 & -0.153846154 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & -0.053719008 & 0 \end{array}\right] b_4 - \ [0.153848154 b_1]$$

Baris kedua dikali$\left[{}^{1}/_{0.516202946}\right]$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & & 1 \\ 0 & 0.516202946 & 0.324221234 & & 0.307692308 \\ 0 & -0.404909984 & -0.116656071 & & -0.153846154 \\ 0 & -0.111292962 & -0.207565162 & & -0.153846154 \end{array}\right] b_2\left[{}^{1}/_{0.516202946}\right]$$

Baris ketiga ditambah0.404909984dikali baris kedua

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & & 1 \\ 0 & 1 & 0.628088693 & & 0.596068485 \\ 0 & -0.404909984 & -0.116656071 & & -0.153846154 \\ 0 & -0.111292962 & -0.207565162 & & -0.153846154 \end{array}\right] b_3 + [0.404909984 b_2]$$

Baris keempat ditambah0.111292962dikali baris kedua

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & & 1 \\ 0 & 1 & 0.628088693 & & 0.596068485 \\ 0 & 0 & 0.137663311 & & 0.087507927 \\ 0 & -0.111292962 & -0.207565162 & & -0.153846154 \end{array}\right] b_4 + [0.111292962 b_2]$$

Baris ketiga dikali ${}^{1}/_{0.137663311}]$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0.628088693 & 0.596068485 \\ 0 & 0 & 0.137663311 & 0.087507927 \\ 0 & 0 & -0.137663311 & -0.0875079274 \end{array}\right] b_3\left[{}^{1}/_{0.137663311}\right]$$

Baris keempat ditambah0.137663311dikalibaris ketiga

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0.628088693 & 0.596068485 \\ 0 & 0 & 1 & 0.635666291 \\ 0 & 0 & -0.137663311 & -0.0875079274 \end{array}\right] b_4 + [0.137663311 b_3]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0.628088693 & 0.596068485 \\ 0 & 0 & 1 & 0.635666291 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Hasil Oprasi Baris Elementer (OBE) matriks tersebut menunjukan, bahwa pembuktian matriks probabilitas transisi pangsa pasar tersebut merupakan sebuah matriks reguler yang mempunyai solusi banyak (redunden), yang ditandai dengan terdapatnya nilai nol secara keseluruhan pada baris keempat, sehingga matriks probabilitas transisi tersebut memenuhi syarat penyelesaian nilai *steady state*.

4.4 ProbabilitasTransisis$n$-Langkah

Probabilitas transisis n-langkah digunakan untuk memperidiksi probabilitas transisi pangsa pasar, pada langkah iterasi keberapa terjadinya *steady state* (ekuilibrium), dengan matriks probabilitas transisi sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.153846154 & 0.153846154 \\ 0.208510638 & 0.748936170 & 0.042553191 \\ 0.016528926 & 0.037190083 & 0.946280992 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan Persamaan (2.4), akan ditunjukan iterasi untuk mencapai kondisi *steady state* sebagai berikut:

$$P^n = P^{n-1}(P)$$

$$P^1 = \begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.153846154 & 0.153846154 \\ 0.208510638 & 0.748936170 & 0.042553191 \\ 0.016528926 & 0.037190083 & 0.946280992 \end{bmatrix}.$$

Iterasi matriks probabilitas transisi$n$-langkah yang pertama (P^1) merupakan matriks probabilitas transisi yang konvergen terhadap matriks probabilitas transisiyang menyatakan transisi kehilangan pelanggan. Sedangkan untuk matriks probabilitas transisi n-langkah yang berikutnya, yaitu matriks probabilitas transisi n-langkah yang ke-2 (P^2), n-langkah yang ke-3 (P^3)hinggamatriks probabilitas transisi n-langkah yang menujukan kondisi *steady state* (terlampir). n-langkah tersebut dijelaskan secara singkat sebagai berikut:

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.153846154 & 0.153846154 \\ 0.208510638 & 0.748936170 & 0.042553191 \\ 0.016528926 & 0.037190083 & 0.946280992 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.153846154 & 0.153846154 \\ 0.208510638 & 0.748936170 & 0.042553191 \\ 0.016528926 & 0.037190083 & 0.946280992 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.5139114118 & 0.2274513763 & 0.2586372118 \\ 0.3012180357 & 0.5945665031 & 0.1042154594 \\ 0.03483863903 & 0.06558817865 & 0.8995731842 \end{bmatrix}.$$

$$P^3 = \begin{bmatrix} 0.5139114118 & 0.2274513763 & 0.2586372118 \\ 0.3012180357 & 0.5945665031 & 0.1042154594 \\ 0.03483863903 & 0.06558817865 & 0.8995731842 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.153846154 & 0.153846154 \\ 0.208510638 & 0.748936170 & 0.042553191 \\ 0.016528926 & 0.037190083 & 0.946280992 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.4074858503 & 0.2590285962 & 0.3334855535 \\ 0.3342315736 & 0.4955093775 & 0.1702590466 \\ 0.05266386935 & 0.08793635132 & 0.8593997820 \end{bmatrix}.$$

$$P^4 = \begin{bmatrix} 0.4074858503 & 0.2590285962 & 0.3334855535 \\ 0.3342315736 & 0.4955093775 & 0.1702590466 \\ 0.05266386935 & 0.08793635132 & 0.8593997820 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.153846154 & 0.153846154 \\ 0.208510638 & 0.748936170 & 0.042553191 \\ 0.016528926 & 0.037190083 & 0.946280992 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.3416279645 & 0.2690883710 & 0.3892836646 \\ 0.3375242650 & 0.4288570856 & 0.2336186469 \\ 0.06900022196 & 0.1059219971 & 0.8250777843 \end{bmatrix}.$$

$$P^5 = \begin{bmatrix} 0.3416279645 & 0.2690883710 & 0.3892836646 \\ 0.3375242650 & 0.4288570856 & 0.2336186469 \\ 0.06900022196 & 0.1059219971 & 0.8250777843 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.153846154 & 0.153846154 \\ 0.208510638 & 0.748936170 & 0.042553191 \\ 0.016528926 & 0.037190083 & 0.946280992 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.2990538964 & 0.2685656542 & 0.4323804496 \\ 0.3269533747 & 0.3818016901 & 0.2912449324 \\ 0.08349289724 & 0.1206289449 & 0.7958781619 \end{bmatrix}.$$

Iterasi n-langkah mencapai kondisi *steady* state, yaitu apabila matriks probabilitas transisi berikutnya konvergenterhadap matriks probabilitas transisi n-langkah yang sebelumnya dan konvergen pula kesebuahmatriksprobabilitastransisikeadaanπ untuk n menuju tak berhingga, dimanahal tersebut terjadi pada n-langkah yang ke-137 (P^{137}), karena pada n-langkah ke-37 konvergen pada n-langkah sebelumnya, yaitu pada n-langkah yang ke-36 (P^{136}). Proses n-langkah tersebut lebih lengkap terdapat pada lampiran.

$$P^{136} = \begin{bmatrix} 0.1675200428 & 0.1968136851 & 0.6356663241 \\ 0.1675200421 & 0.1968136843 & 0.6356663215 \\ 0.1675200438 & 0.1968136863 & 0.6356663285 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.153846154 & 0.153846154 \\ 0.208510638 & 0.748936170 & 0.042553191 \\ 0.016528926 & 0.037190083 & 0.946280992 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.1675200428 & 0.1968136852 & 0.6356663244 \\ 0.1675200422 & 0.1968136843 & 0.6356663218 \\ 0.1675200439 & 0.1968136864 & 0.6356663288 \end{bmatrix}.$$

$$P^{137} = \begin{bmatrix} 0.1675200428 & 0.1968136852 & 0.6356663244 \\ 0.1675200422 & 0.1968136843 & 0.6356663218 \\ 0.1675200439 & 0.1968136864 & 0.6356663288 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.153846154 & 0.153846154 \\ 0.208510638 & 0.748936170 & 0.042553191 \\ 0.016528926 & 0.037190083 & 0.946280992 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.1675200428 & 0.1968136852 & 0.6356663244 \\ 0.1675200422 & 0.1968136843 & 0.6356663218 \\ 0.1675200439 & 0.1968136864 & 0.6356663288 \end{bmatrix}.$$

Berdasarkan hasil probabilitas matriks transisi$n$-langkah yang ke-137 (P^{137}) di atas,menujukan bahwa nilai probabilitas *steady state*toko Profile menguasai sebesar16.75%, toko M.M Busana sebesar 19.68% dan toko Annisa sebesar63.57%.

4.5 Probabilitas*Steady State* (Ekuilibrium)

Probabilitas transisi pada keadaan*steady state* (ekuilibrium) adalah probabilitas transisi yang sudah mencapai nilai *steady state* atau titik keseimbangan, sehinggan tidak akan berubah terhadap keadaan waktu yang terjadi atau tahap yang terjadi.Karenajumlahprobabilitaspangsapasarketigatokotersebutsamadengansatu,makadapatditambahkanpersamaanbahwa:

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \cdots + \pi_n = 1$$

matriks tersebut merupakan matrik probabilitas reguler redunden seperti yang telah dibahas dalam (4.2) maka sudah dijamin kita dapat mencari nilai *steady state* (ekuilibrium), sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.208510638 & 0.016528926 \\ 0.153848154 & 0.748936170 & 0.037190083 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & 0.946280992 \end{bmatrix}.$$

Sehingga, berdasarkan persamaan (2.5) maka:

$$P\pi = \pi$$

$$\begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.208510638 & 0.016528926 \\ 0.153848154 & 0.748936170 & 0.037190083 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & 0.946280992 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{bmatrix}$$

$$0.692307692\pi_1 + 0.208510638\pi_2 + 0.016528926\pi_3 = \pi_1$$

$$0.153848154\pi_1 + 0.748936170\pi_2 + 0.037190083\pi_3 = \pi_2$$

$$0.153848154\pi_1 + 0.042553191\pi_2 + 0.946280992\pi_3 = \pi_3$$

jumlah probabilitas pangsa pasar ketiga toko tersebut sama dengan satu maka dapat ditambahkan persamaan bahwa:

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$$

maka persamaan linier tersebut menjadi:

$$-0.307692308\pi_1 + 0.208510638\pi_2 + 0.016528926\pi_3 = 0$$

$$0.153848154\pi_1 - 0.251063830\pi_2 + 0.037190083\pi_3 = 0$$

$$0.153848154\pi_1 + 0.042553191\pi_2 - 0.053719008\pi_3 = 0$$

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$$

tiga diantara empat persamaan di atas tidak tergantung satu sama lain, maka dapat dihilangkan salah satu dari tiga persamaan yang belum diketahui tersebut (Jean Weber, 1999). Sehingga persamaan liniar tersebut dapat diformulasikan kedalam matrik probabilitas transisi yang diperbesar seperti berikut:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.153848154 & -0.25106383 & 0.037190083 & 0 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & -0.053719008 & 0 \end{array}\right]$$

dengan menggunakan Oprasi Baris Elementer (OBE), matriks tersebut akan dicari nilai *stedy srate* atau titik ekuilibriumnya seperti berikut:

Baris ketiga dikurang 0.153848154 dikali baris pertama

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.153848154 & -0.25106383 & 0.037190083 & 0 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & -0.053719008 & 0 \end{array}\right] b_3 - [0.153848154 b_1]$$

Baris keempat dikurang 0.153848154 dikali baris pertama

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0.404911984 & -0.116658071 & -0.153848154 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & -0.053719008 & 0 \end{array}\right] b_4 - [0.153848154 b_1]$$

Baris kedua dikali $^1/_{-0.404911984}]$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -0.404911984 & -0.116658071 & -0.153848154 \\ 0 & -0.111294963 & -0.207567162 & -0.153848154 \end{array}\right] b_2 [^1/_{-0.404911984}]$$

Baris ketiga ditambah 0.111294963dikali baris kedua

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0.288107232 & 0.379954558 \\ 0 & -0.111294963 & -0.207567162 & -0.153848154 \end{array}\right] b_3 + [0.111294963 b_2]$$

Baris ketiga dikali $[^1/_{-0.175502278}]$=

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0.288107232 & 0.379954558 \\ 0 & 0 & -0.175502278 & -0.111561126 \end{array}\right] b_3 [^1/_{-0.175502278}]$$

Baris pertama dikurang baris kedua

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0.288107232 & 0.379954558 \\ 0 & 0 & 1 & 0.635667677 \end{array}\right] b_1 - b_2$$

Baris pertama dikurang0.711892768dikali baris ketiga

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0.711892768 & 0.620045442 \\ 0 & 1 & 0.288107232 & 0.379954558 \\ 0 & 0 & 1 & 0635667677 \end{array}\right] b_1 - [0.711892768 b_3]$$

Baris kedua dikurang0.288107232dikali baris ketiga

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0.167518220 \\ 0 & 1 & 0.288107232 & 0.379954558 \\ 0 & 0 & 1 & 0.635667677 \end{array}\right] b_2 - [0.288107232 b_3]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0.167518220 \\ 0 & 1 & 0 & 0.196814103 \\ 0 & 0 & 1 & 0.635667677 \end{array}\right].$$

Berdasarkan hasil Oprasi Baris Elementer (OBE), maka di dapat probabolitas *steady state* pangasa pasar toko Profile sebesar 16.75, toko M.M Busana sebesar 19.68% dan toko Annisa sebesar 63.57%.

Berdasarkan Persamaan(2.4), akan dibuktikan bahwa nilai *steady state* yang diperoleh dari hasil OBE di atas, telah mencapai suatu nilai *steady state*atau titik ekulibrium:

$$P = \begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.208510638 & 0.016528926 \\ 0.153848154 & 0.748936170 & 0.037190083 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & 0.946280992 \end{bmatrix}.$$

$$\pi = \begin{bmatrix} 0.167518220 \\ 0.196814103 \\ 0.635667677 \end{bmatrix}.$$

$$P\pi = \pi$$

$$\begin{bmatrix} 0.692307692 & 0.208510638 & 0.016528926 \\ 0.153848154 & 0.748936170 & 0.037190083 \\ 0.153848154 & 0.042553191 & 0.946280992 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.167518220 \\ 0.196814103 \\ 0.635667677 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.167518220 \\ 0.196814103 \\ 0.635667677 \end{bmatrix}.$$

Berdasarkan Persamaan (2.4) tersebut, telah dibuktikan bahwa perkalianmatriks probabilitas transisi dengan vektor nilai *steady state* menghasilkan vektor *steady state* itu sendiri atau dengna kata lain hasil OBE tersebut telah mencapai nilai *steady state*,dengan probabilitas pangasa pasar toko Profile sebesar 16.75%, toko M.M Busana sebesar 19.68% dan toko Annisa sebesar 63.57%, daritotal 100%probabilitas pangsa pasar yang dimiliki.Secara Matematikaditunjukan dalam Persamaan (2.5) sebagai berikut:

$$\pi_j = 1$$

$$0.167518220\pi_1 + 0.196814103\pi_2 + 0.635667677\pi_3 = 1.$$

Berdasarkan analisis tersebut,yang membuktikan bahwa dari total 100% konsumen yang melakukan pembelian,toko Profilemenguasai probabilitas pangsa pasar sebesar 16.75%, toko M.M Busana sebesar 19.68% dan toko Annisa sebesar 63.57%.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan pada Bab IV, maka dapat diambil kesimpulan, bahwa besarnya probabilitas pangsa pasar toko Profile, toko M.M Busana dan toko Annisayang terdapat di *Giant Supermarket* Pekanbarudengan menggunakan metode Rantai Markov, toko Profile menguasai probabilitas pangsa pasar *steady state*sebesar 16.75%, toko M.M Busana menguasai 19.68% dan toko Annisamenguasai sebesar 63.57%.

5.2 Saran

Penulisan tugas akhir ini hanya membahas mengenai aplikasi metode Rantai Markov dalam menganalisi probabilitas pangsa pasar, maka bagi para pembaca yang tertarik mengenai penerapan metode ini bisa melanjutkan penelitian, yaitudengan menghitung besarnya probabilitas pangsa pasar pada jam-jam berapa konsumen yang banyak melakukan pembelian.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, Howard.*Aljabar Linier Elementer Edisi Kelima*. Erlangga, Jakarta. 1993.

Anton, Howard. *Aljabar Linear Elementer*.Erlangga, Jakarta.1998.

Anton H dan Rorres.*Penerapan Aljabar Linear*.Erlangga, Jakarta.1988.

Duwi, Erna.“AnalisisPasarPerpindahanKartuPra Bayar GSM DenganRantai Markov di Semarang”. *SkripsiJurusanMatematika FMIPA UNDIP*.2010.

E. Jean. *Analisis Matematika.* Erlangga, Jakarta. 1999.

Harinaldi.*Prinsip-prinsip Statistik*. Erlangga, Jakarta.2005.

Haryadi dan Tjia. “Model Rantai Markov Pangsa Pasar Operator Seluler di Universita Bina Nusantara”.*Journal The Winners,*Vol. 08 No. 02, halaman 139-145, 2007.

M.Howard. *An introduction to Stochastic*.Academic Press, Malaysia. 1984.

Sarjono, Haryadi.*Aplikasi Riset Operasi*. Salemba Empat, Jakarta. 2010.